نقش

سؤال‌های پاسخ ـ باز و فرآیند ـ باز در آموزش ریاضی

حمید دافعی
دبیر ریاضی ناحیه ۲ زنجان و کارشناس ارشد آموزش ریاضی

چکیده

سؤال‌های مناسب و مؤثر ریاضی، کلید درگیر شدن دانش‌آموزان و حفظ علاقه و اشتیاق آن‌هاست. یکی از روش‌هایی که باعث یادگیری مفهومی دانش‌آموزان در درس ریاضی می‌شود، به‌کارگیری و طرح سؤالات پاسخ ـ باز[۱] و فرآیند ـ باز[۲] در حین آموزش است. استفاده از چنین سؤالاتی در کلاس‌های ریاضی، علاوه بر ایجاد انگیزه در دانش‌آموزان، باعث می‌شود تا آن‌ها اطلاعات بیشتری را در ذهن خود مرور نموده و یادگیری‌شان منسجم شود. سؤالات پاسخ ـ باز، باعث یادگیری عمیق، تفکر در سطوح بالاتر، شناسایی و رفع برخی از بدفهمی‌های[۳] دانش‌آموزان می‌شود. همچنین استفاده از سؤالات فرآیند ـ باز، موجب مرور و یادآوری آموخته‌های قبلی و ارتباط و اتصال بین مفاهیم و روش‌های ریاضی می‌شوند. در این نوشتار، به دو مورد از تجارب مربوط به طرح سؤالات پاسخ ـ باز و فرآیند ـ باز در کلاس‌های ریاضی، اشاره شده است.

کلیدواژه‌ها: سؤال‌های پاسخ ـ باز و فرآیند باز، آموزش ریاضی

بدفهمی‌های دانش‌آموزان در ریاضی

به گفته باتل (۲۰۰۵)، به‌طور کلی می‌توان اشتباهات دانش‌آموزان را در ریاضی، به دو دسته تقسیم نمود: اشتباهات سهوی و اشتباهات مفهومی (بدفهمی).

اشتباهات سهوی معمولاً خطاهایی هستند که در اثر بی‌دقتی رخ می‌دهند، در حالی‌که دانش‌آموز مفهوم تدریس شده را به خوبی درک کرده است. وقتی معلم از دانش‌آموز می‌خواهد پاسخ‌هایش را بیازماید یا مجدداً محاسباتش را نگاه کند، معمولاً این اشتباهات به سادگی اصلاح می‌شوند (باتل، ۲۰۰۵، ص ۱۴۷). به‌عنوان نمونه در برخی از پاسخ‌های دانش‌آموزان سال اول متوسطه، اشتباهاتِ سهوی مانند: $-21=-7-15$ یا $5x^2+8x^2=14x^2$ مشاهده شده است.

در حالی‌که اشتباهات مفهومی یا بدفهمی‌ها ناشی از این است که دانش‌آموز، مطلب را خوب درک نکرده یا به غلط درک کرده است. این‌گونه اشتباهات ناشی از بی‌دقتی یا بی‌توجهی به فعالیت نیستند و ریشه‌های عمیق‌تری دارند. مقابله با بدفهمی‌ها مستلزم این است که معلم پرسش‌های دقیقی مطرح کند و مطالب را بیشتر توضیح دهد (باتل، ۲۰۰۵، ص ۱۴۸).

بدفهمی‌ها را می‌توان با مشاهده دانش‌آموز یا بررسی نوشته‌ها و گفته‌هایش شناسایی کرد. گفت‌وگو با دانش‌آموز در مورد یک مسئله یا سؤال ریاضی، فرصتی در اختیارش می‌گذارد تا تفکر خود را توضیح دهد. در ضمن این توضیحات، ممکن است دانش‌آموز اشتباه یا بدفهمی‌های خود را نشان دهد و معلم می‌تواند بلافاصله به او کمک کند تا بفهمد اشتباه در چه موردی و چگونه رخ داده است. معلمان برای آگاه شدن از بدفهمی‌های احتمالی دانش‌آموزان، باید آگاهی نسبتاً خوبی درباره دانش موضوعی داشته باشند و البته منظور فقط آگاه بودن از محتوای مطالب نیست، بلکه آن‌ها باید در مورد دانش تربیتی و چگونگی یادگیری ریاضی، اطلاعات کافی داشته باشند. واضح است وقتی

یک اشتباه تشخیص داده شد، باید به دانش‌آموز کمک کرد. معمولاً توضیح مجدد کار یا تکرار آن مؤثر نیست. بلکه معلم باید فرآیند یا مفهوم را به شیوه‌ای دیگر توضیح دهد، منابع مناسبی برای کمک به دانش‌آموزان تهیه کند یا فرصت‌هایی در اختیارش بگذارد تا به‌طور مثال با سؤال کردن، تفکر خود را اصلاح کند (باتل، ۲۰۰۵، ص ۱۷۸).

تجربه اول (طرح سؤال پاسخ ـ باز)

یکی از مباحث مهمی که معمولاً دانش‌آموزان سال اول متوسطه در آن دچار بدفهمی می‌شوند، انجام چهار عمل اصلی و محاسبات مربوط به یک‌جمله‌ای‌ها است. با توجه به اینکه در طول چندین سال تدریس درس ریاضی ۱، همواره شاهد اشتباهات دانش‌آموزان نسبت به این موضوع بوده‌ام، لذا برای یادگیری بیشتر و رفع بدفهمی‌های دانش‌آموزان، با حل تمرینات متعدد، تلاش می‌کردم تا دانش‌آموزان محاسبات مربوط به یک‌جمله‌ای‌ها را یاد گرفته و دچار اشتباه نشوند. ولی اغلب شاهد بدفهمی‌هایی مانند:

$$۳x+۴y=۷xy$$

$$۷x^۳y+۴x^۳y=۱۱x^۶y^۲$$

$$۵a^۲b^۳\times ۸a^۳b=۴۰a^۶b^۳$$

و موارد مشابه دیگری از سوی برخی از دانش‌آموزان بودم.

در یکی از جلسات درس ریاضی۱ ـ در بخش یک‌جمله‌ای‌ها ـ بعد از تدریس، تصمیم گرفتم برای آگاهی از وضعیت یادگیری دانش‌آموزان، به جای انجام تمرینات تکراری، از سؤالات پاسخ ـ باز (سؤالات دارای بیش از یک جواب) استفاده کنم. بنابراین، بعد از آموزش یک‌جمله‌ای‌ها و نحوه انجام محاسبات مربوط به آن (با روش‌های مفهومی و نه صرفاً الگوریتمی)، به دانش‌آموزان گفتم که این جلسه به جای انجام تمرینات، می‌خواهیم فقط **یک سؤال** سه قسمتی که جواب‌های آخر هر سه قسمت نیز مثل هم است، حل کنیم! (در این لحظه عکس‌العمل دانش‌آموزان نسبت به گفته‌های من خیلی جالب بود و همه آن‌ها مشتاقانه خواستند تا آن **یک سؤال** را برایشان مطرح کنم). لذا سؤالی به‌صورت زیر روی تخته گچی نوشتم و از همه دانش‌آموزان خواستم تا به نوبت برای هر قسمت از سؤال طرح شده، با گفتن یا نوشتن «یک‌جمله‌ای‌هایی» که با جواب‌های سایر همکلاسی‌هایشان متفاوت باشد (از نظر ضریب عددی و درجه متغیرها)، جاهای خالی را کامل کنند:

$$\square + \square = ۸a^۳b^۲$$

$$\square \times \square = ۸a^۳b^۲$$

$$\frac{\square}{\square} = ۸a^۳b^۲$$

نتیجه کار برایم غیر قابل تصور بود! پاسخگویی به یک سؤال مشترک با جواب‌های مختلف و در نظر گرفتن رابطه بین نوع یک جمله‌ای‌های قرار داده شده در جاهای خالی با توجه به تشابه یا عدم تشابه، درجه متغیرها، ضریب‌های عددی و نظایر آن، باعث می‌شد تا با دادن هر جواب درست، درک و فهم دانش‌آموزان از جمع، ضرب و تقسیم یک جمله‌ای‌ها عمیق‌تر شود. در جریان حل این سؤال، اکثر دانش‌آموزان توانستند به هر سه قسمت سؤال مطرح شده، پاسخ درست و متفاوت با پاسخ‌های یکدیگر دهند، حتی اغلب آن‌ها اصرار داشتند تا بیش از یک نوبت، به این سؤال پاسخ دهند، چیزی که قبلاً به ندرت آن را هنگام حل سؤالات بسته ـ پاسخ (سؤالاتی که فقط یک جواب دارند) و انجام تمرینات تکراری، مشاهده کرده بودم! بعضی از دانش‌آموزان هم که در برخی قسمت‌ها اشکال داشتند، بعد از شنیدن جواب‌های درست از سوی سایر همکلاسی‌هایشان و با تمرکز بر حالت‌های مختلف و توضیحات من، به اشتباه خود پی برده و در نهایت، خودشان به جواب درست رسیدند، در حالی‌که قبلاً با استفاده از سؤالات معمولی، امکان شناسایی بدفهمی‌های دانش‌آموزان و تا حدودی رفع و اصلاح آن‌ها ـ آن هم در یک جلسه درسی ـ واقعاً برایم غیرممکن بود. در این تجربه ارزشمند برای خودم؛ بدون اینکه نامی از سؤال پاسخ ـ باز در کلاس مطرح کنم، عملاً دانش‌آموزان درگیر سؤالی پاسخ ـ باز و یافتن جواب‌های آن شده بودند.

سؤال‌های بسته ـ پاسخ معمولاً شامل بازیابی و یادآوری حقایق و اصول هستند و در نتیجه، برای مطمئن شدن از اینکه آیا دانش‌آموز اطلاعات را حفظ کرده یا از دانشی عمیق برخوردار است، می‌توان از آن‌ها استفاده کرد. اما سؤال‌های پاسخ ـ باز، معمولاً در سطوح مختلف پاسخ داده می‌شوند و اگر خوب شکل گرفته باشند، فرصت درگیر شدن و نشان دادن درک و تفکر ریاضی را به دانش‌آموز می‌دهند. اگر می‌خواهید مطمئن شوید که دانش‌آموز از تفکر سطوح بالاتر استفاده می‌کند و می‌تواند دانش خود را در وضعیت‌های مختلف به‌کار گیرد، سؤال‌های پاسخ ـ باز بسیار مفید خواهند شد (باتل، ۲۰۰۵، ص ۱۴۱). سؤالات پاسخ ـ باز، به دانش‌آموزانی

که دانش بیشتری دارند کمک می‌کند تا یادگیری خود را تثبیت کنند و دانش‌آموزان کم‌تجربه‌تر و دارای بدفهمی نیز از توضیحات کسانی که بر مسئله مورد نظر مسلط شده‌اند، استفاده می‌کنند و در نتیجه، موضوع را بهتر درک می‌کنند (باتل، ۲۰۰۵).

همچنین استفاده از سؤال‌های پاسخ ـ باز، نسبت به سؤال‌هایی که معمولاً تنها یک پاسخ صحیح را از دانش‌آموز طلب می‌کند، بینش عمیق‌تری از نحوه ادراک دانش‌آموزان در اختیار معلمان قرار می‌دهد. مشاهدات عینی، هر روز بیشتر ما را به این واقعیت می‌رساند که پاسخ یک سؤال یا مسئله، به تنهایی چیزی جز نشانگر ناچیزی برای میزان درک ریاضی دانش‌آموزان نیست. در مقابل، وقتی از دانش‌آموزان می‌خواهیم به توضیح یا تفسیر پاسخ‌های خود بپردازند، می‌توانیم هم فرآیندهای مورد استفاده آنان و هم مبانی تشکیل‌دهنده فرآیندهای مزبور را نیز مورد ارزشیابی قرار دهیم. طرح سؤال‌های پاسخ ـ باز برای دانش‌آموزان نیز ارزشمند هستند. وقتی از دانش‌آموزان خواسته می‌شود که درگیر شوند و توضیح دهند، آنان باید با ایجاد ارتباط میان دانش خود و سؤالات و مسئله‌هایی که پیش رو دارند، به ایجاد معانی در ذهن خویش بپردازند. به عبارت دیگر، آن‌ها باید مانند ریاضیدان‌ها عمل کنند. چنین فعالیت‌هایی، این باور را در دانش‌آموزان تقویت می‌کند که ریاضی، اساساً یک «حوزه مستدل» است و برای تمام دانش‌آموزان ـ گذشته از سن یا سطح مهارت‌های آنان ـ قابل حصول است (اشتن مارک و همکاران، ۱۹۹۱، ص ۲۱). ریشه رویکرد پاسخ ـ باز به تحقیقات انجام شده در اوایل دهه ۱۹۷۰ برمی‌گردد. هدف این تحقیقات، پیدا کردن روشی برای ارزیابی میزان یادگیری دانش‌آموزان از ریاضی بود. پژوهشگران تلاش می‌کردند که بدانند دانش‌آموزان مفاهیم ریاضی را چگونه درک می‌کنند. بنابراین، نیاز به طرح مسائلی بود که دانش‌آموزان بتوانند از جنبه‌های مختلف، آن‌ها را مورد بررسی قرار دهند و در این دوره بود که مسائل پاسخ ـ باز مطرح شدند (نوهدا، ۲۰۰۰؛ نقل شده در کرمی زرندی و همکاران، ۱۳۸۸). البته با توجه به مفاهیم و موضوعات درسی، می‌توان سؤالات پاسخ ـ باز متنوعی در سطوح مختلف طرح نمود که در اینجا، چند نمونه از آن‌ها ذکر می‌شود:

الف. ضابطه توابعی را بنویسید که دامنه آن‌ها R و برد آن‌ها $[0, +\infty)$ باشد.

ب. ماتریس‌های ۲×۲ای بنویسید که دترمینان آن‌ها، ۳ باشد.

ج. تمام زاویه‌هایی که سینوس آن‌ها برابر $\frac{1}{2}$ است را تعیین کنید.

تجربهٔ دوم (طرح سؤال فرآیند ـ باز):

اگرچه بسیاری از مسائل یا سؤالات ریاضی فقط یک جواب دارند، اما شیوه‌های متفاوتی برای رسیدن به جواب وجود دارد (به این نوع سؤالات، سؤالات فرآیند ـ باز گفته می‌شود). یادگیری ریاضی فقط یافتن جواب درست نیست، روند حل یک سؤال یا یک مسئله ریاضی با روش‌های مختلف و به‌کار بردن آموزه‌های آن در سؤالات دیگر نیز، بخشی از یادگیری ریاضی است (دفتر امور بین دولتی و نمایندگی‌های وزارت آموزش‌وپرورش ایالات متحده آمریکا، ۱۳۹۱، ص ۱۰).

در یکی از جلسات درس ریاضی ۳ برای سال سوم رشته تجربی در فصل توابع، سؤالی را به‌صورت زیر، برای دانش‌آموزان مطرح نمودم و از همه آن‌ها خواستم تا آن مسئله را حل کنند.

سؤال: یک سهمی به معادله $y=ax^2+bx+c$ مفروض است. مقادیر a، b، c را طوری بیابید که این سهمی، محور yها را در نقطه‌ای به عرض ۱ و محور xها را در نقطه‌ای به طول ۱- قطع کند و از نقطه $M(1,4)$ نیز بگذرد.

چند دقیقه بعد، یکی از دانش‌آموزان اجازه گرفت و گفت:

ـ با جایگذاری مختصات نقاط داده شده در معادله تابع و یافتن مقدار c، به دستگاه دومعادله و دو مجهول زیر، رسیدم.

$$\begin{cases} a+b=3 \\ a-b=-1 \end{cases}$$

حالا با چه روشی آن را حل کنم...؟! (البته در ادامه، همین سؤال را اکثر دانش‌آموزان پرسیدند).

بدون اینکه به روش خاصی اشاره کنم، از دانش‌آموزان کلاس خواستم تا با هر روشی که می‌دانند، دستگاه را حل کنند و گفتیم که حتی می‌توانند روش‌های خود را به یکدیگر توضیح دهند و در نهایت، بهترین روش حل را خودشان انتخاب کنند. بعد از چند دقیقه بحث و فعالیت، اکثر دانش‌آموزان توانستند با پنج روش مختلف، دستگاه را حل کنند (با روش‌هایی که در

سؤالات پاسخ ـ باز، به دانش‌آموزانی که دانش بیشتری دارند کمک می‌کند تا یادگیری خود را تثبیت کنند و دانش‌آموزان کم‌تجربه‌تر و دارای بدفهمی نیز از توضیحات کسانی که بر مسئله مورد نظر مسلط شده‌اند، استفاده می‌کنند و در نتیجه، موضوع را بهتر درک می‌کنند

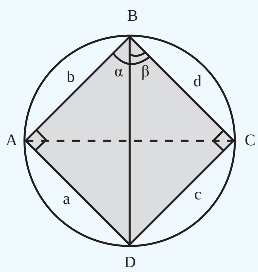
سال‌های گذشته یاد گرفته بودند، مانند روش هندسی، روش حذفی، روش جایگذاری و روش ماتریس معکوس. حتی برخی از دانش‌آموزان، از طریق حدس و آزمایش به جواب رسیده بودند). در نهایت اغلب دانش‌آموزان، روش حذفی و روش حدس و آزمایش را به‌عنوان راه‌حل‌های کوتاه‌تر، به روش‌های دیگر ترجیح دادند! نکته حائز اهمیت در این فرآیند ـ علاوه بر رسیدن به یک جواب واحد با پنج شیوه مختلف ـ بررسی و مرور راه‌حل‌های متعدد توسط دانش‌آموزان بود که باعث شد آن‌ها مفاهیم و روش‌های زیادی از قبیل عملیات روی ماتریس‌ها، رسم خط، مختصات، نقطه، ساده کردن یک جمله‌ای‌ها و عبارت‌های جبری، حدس و آزمایش، حل معادله درجه اول و مباحث مرتبط دیگری را که قبلاً آموخته بودند، دوباره یادآوری و مرور کنند. به گفته شهریاری (۱۳۷۸)، به‌کارگیری روش‌های مختلف برای حل یک سؤال یا مسئله ریاضی، درک و معرفت ما را نسبت به کارایی و قدرت روش‌های مختلف، بالا می‌برد و ما را آماده می‌کند تا در برخورد با موقعیت‌ها و مسئله‌های جدید، دچار تردید و سرگردانی نشویم. همچنین استفاده از روش‌های مختلف، موجب تسلط بر آگاهی‌هایی می‌شود که قبلاً کسب کرده‌ایم. اگر دانش و آگاهی‌های ریاضی، گاه‌گاه و به مناسبت کاربردی که در حل مسئله‌ها دارند، تکرار نشوند، بیم آن می‌رود که از یاد بروند و تنها تصوری مبهم از آن‌ها، در ذهن باقی بماند.

همچنین ارائه چندین روش برای بررسی یک موضوع ریاضی، می‌تواند به‌منظور ایجاد ارتباط و اتصال بین مفاهیم و موضوعات ریاضی مهم باشد و در این حالت، دانش ریاضی‌ای که دانش‌آموزان می‌سازند، منسجم‌تر است. ارائه چند روش برای حل یک مسئله یا سؤال ریاضی، اثبات یک قضیه و نظایر آن، با رویکردها و روش‌های متفاوت، باعث می‌شود دانش‌آموزان در گنجینه دانش خود کنکاش کرده و بین مفاهیم و موضوعات مختلف ارتباط برقرار کنند و بدین ترتیب، یادگیری آن‌ها در ریاضی ارتقاء می‌یابند. این نوع ارائه مطالب، به درک مفهومی دانش‌آموزان کمک کرده و باعث می‌شود مطالب گوناگونی از حوزه‌های مختلف ریاضی، با هم مرتبط شوند (گویا و رفیع‌پور، ۱۳۸۶). می‌توان با در نظر گرفتن سطح علمی دانش‌آموزان، سؤالات و مسئله‌های فرآیند ـ باز متنوعی در کلاس‌های ریاضی مطرح نمود که با روش‌های مختلفی، حل یا اثبات می‌شوند. به‌عنوان مثال:

(سؤال فرآیند ـ باز): معادله $4x^2=(x-1)^2$ را حل کنید.

(مسئله فرآیند ـ باز) با توجه به شکل ۱، اگر a و b و c و d طوری باشند که: $c^2+d^2=1$، $a^2+b^2=1$، آن‌گاه ثابت کنید $|ac-bd| \le 1$.

این مسئله را می‌توان با روش‌های ۱. هندسی ۲. مثلثاتی ۳. هم‌ارزی ۴. استنتاجی ۵. نامساوی‌های میانگین حسابی و هندسی ۶. نامساوی‌های جبری ۷. برداری و ۸. تناقض، ثابت کرد. (رجوع شود به دارابی، ابراهیم؛ ۱۳۸۷، ص ۱۳۴).



پی‌نوشت‌ها

1. Open-Ended Questions
2. Open-Process Questions
3. Misunderstanding

منابع

۱. اشتن مارک، جین کِر و همکاران (۱۹۹۱). **ارزیابی ریاضی**. ترجمه زهرا گویا و مانی رضائی (۱۳۸۷). چاپ اول، تهران: فاطمی. ص:۲۱.
۲. باتل، گیل (۲۰۰۵). **روش تدریس ریاضی در دوره ابتدایی**. ترجمه شهرناز بخشعلی‌زاده (۱۳۸۹). چاپ اول، تهران: سمت. صص: ۱۷۹ـ ۱۴۰.
۳. دارابی، ابراهیم (۱۳۸۷). **حل مسائل جبری با روش‌های هندسی**. چاپ اول، تهران: مدرسه. صص: ۱۳۷ـ ۱۳۴.
۴. دفتر امور بین دولتی و نمایندگی‌های وزارت آموزش‌وپرورش ایالات متحده آمریکا (۱۳۹۱). **به کودک خود کمک کنیم ریاضیات بیاموزد**. ترجمه: مؤسسه خط ممتد اندیشه. چاپ اول، تهران: همشهری. ص: ۱۰.
۵. رفیع‌پور، ابوالفضل و گویا، زهرا (۱۳۸۶). **چرایی و چگونگی آموزش هندسه در برنامه درسی ریاضی مدرسه‌ای**. مجلهٔ رشد آموزش ریاضی، شمارهٔ ۹۰. دفتر انتشارات کمک‌آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش‌وپرورش. ص: ۳۱.
۶. شهریاری، پرویز (۱۳۷۸). **شما هم می‌توانید در درس ریاضی خود موفق باشید**. چاپ دوم، تهران: مدرسه. ص: ۲۲۵.
۷. علم‌الهدائی، سیدحسن (۱۳۸۸). **اصول آموزش ریاضی**. چاپ اول، مشهد: نشر جهان فردا. صص: ۶۶ـ ۶۵.
۸. کرمی زرندی، زهرا؛ احمدی، غلامعلی و ریحانی، ابراهیم (۱۳۸۹). **حل مسئله در کلاس‌های درس ریاضی ژاپن**. نشریه پژوهشی، آموزشی و اطلاع‌رسانی مدارس کارآمد. شماره ۹. ص: ۸۳.